Network science

Evolving Networks

Laure Mohammadi
Soufiane Rafik
Théobald de Riberolles
Yassir Laaroussi

Plan

LE MODÈLE DE BIANCONI-BARABÁSI

MESURE DE LA FITNESS

BOSE-EINSTEIN CONDENSATION

EVOLVING NETWORK

LE MODÈLE DE BIANCONI-BARABÁSI

Nouveau paramètre : la “***Fitness***”

Impact direct sur :

la croissance : à chaque étape un nouveau noeud *j* avec m liens et une fitness η_j s’ajoute au réseau.

les attachements préférentiels : $\Pi_i = \frac{\eta_i k_i}{\sum_j \eta_j k_j}$.

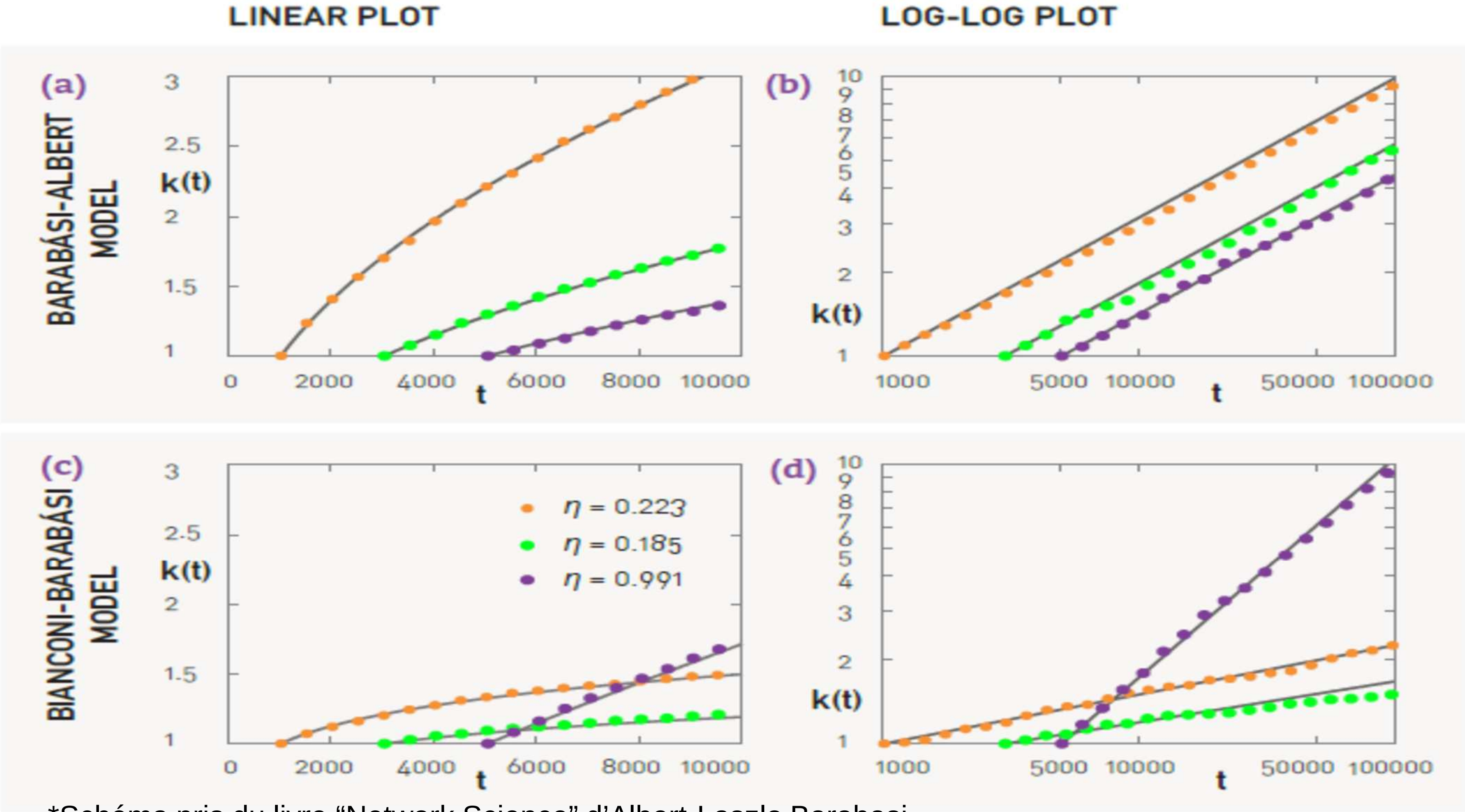


*Schéma pris du livre “Network Science” d’Albert-Laszlo Barabasi

MESURE DE LA FITNESS

la “***Fitness***” reflète la perception collective de l’importance d’un noeud relativement aux autres noeuds

le modèle permet de la déterminer pour chaque noeud $\ln k(t, t_i, \eta_i) = \beta(\eta_i) \ln t + B_i$

avec $B_i = \ln (m/t_i^{\beta(\eta_i)})$ indépendant du temps. Or $\beta(\eta) = \dfrac{\eta}{C}$

=> La distribution de l’exposant dynamique $\beta(\eta_i)$ sera identique à la distribution du fitness $\rho(\eta)$

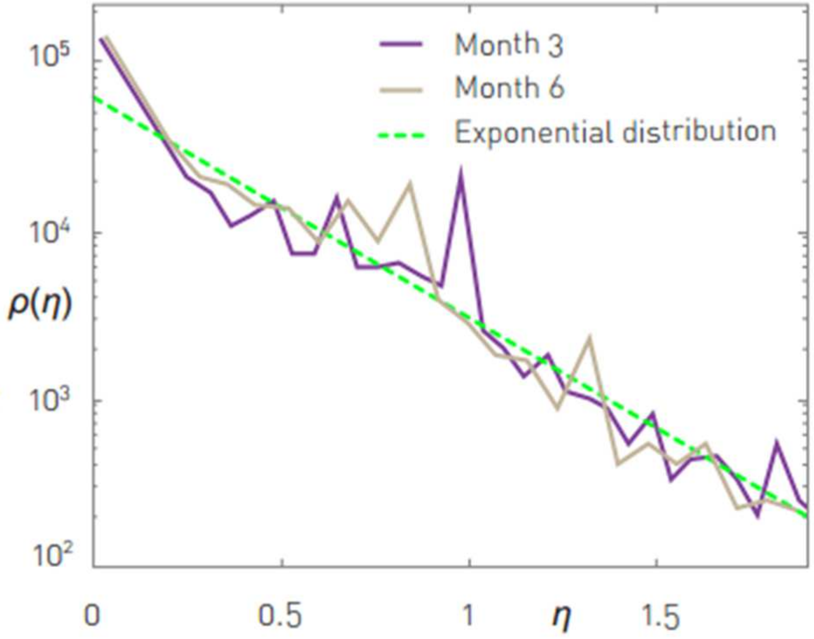
Fitness d'un document Web

La distribution de fitness est indépendante du temps.

La fitness d'un document est limité, elle varie dans une gamme étroite.

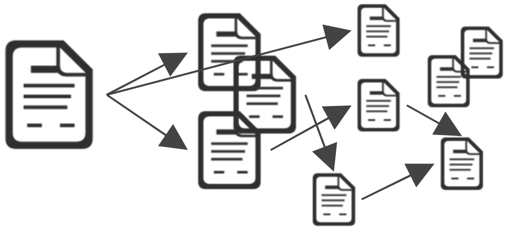
Si 2 noeuds arrive en même temps avec $\eta_2 > \eta_1$ la différence entre leur degré d'évolution pour un grand *t*

$$\frac{k_2 - k_1}{k_1} \sim t^{\frac{\eta_2 - \eta_1}{C}}.$$



The Fitness Distribution of the WWW

Fitness d'une publication
Scientifique



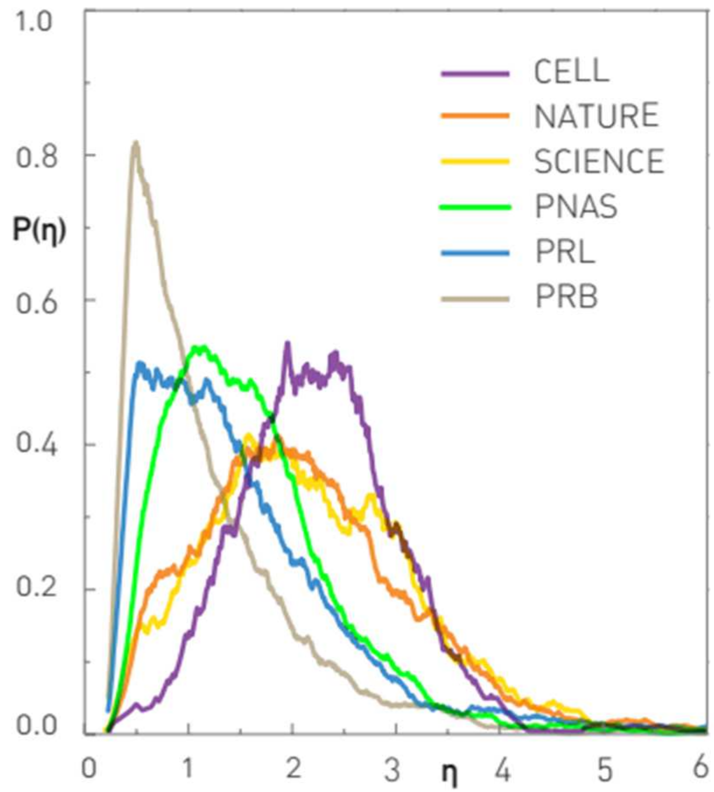
La proba qu'un papier de recherche ***i*** est cité après un temps ***t*** après publication est :

$$\Pi_i \sim \eta_i c_i^t P_i(t), \qquad P_i(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}\,\sigma_i} e^{-\frac{(\ln t - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}.$$

avec

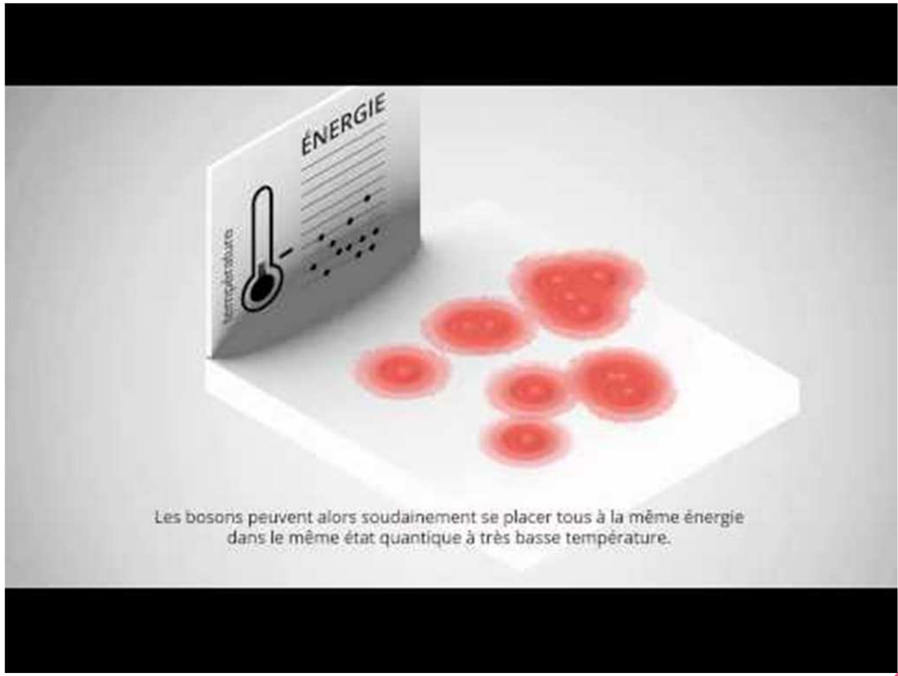
$$c_i^t = m\left(e^{\frac{\beta\eta_i}{A}\Phi\left(\frac{\ln t - \mu_i}{\sigma_i}\right)} - 1\right) \text{ et } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-y^2/2}dy$$

la relative fitness : $\eta_i' \equiv \eta_i \beta / A,$



Fitness Distribution of Research Papers

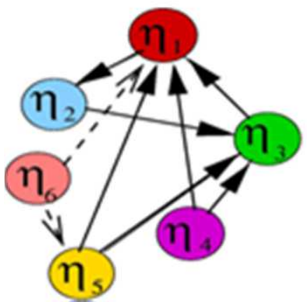
Bose-Einstein condensation



Bose-Einstein condensation.mp4

Lien entre modèle de Bianconi-Barabàsi et gaz de Bose

Réseau



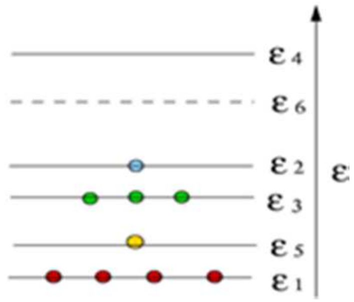
$$\Pi_i = \frac{\eta_i k_i}{\sum_j \eta_j k_j}$$

$$\eta \longrightarrow e^{-\beta\varepsilon}$$

$$k_{in}(\eta) \longrightarrow n(\varepsilon)$$

$$\rho(\eta) \longrightarrow \rho(\varepsilon)$$

Gaz de Bose



Fitness η → Energie ε

Nouveau noeud avec fitness η → Nouveau niveau d'énergie ε

Lien pointant vers noeud η → Particule au niveau ε

Réseaux → Gaz quantique

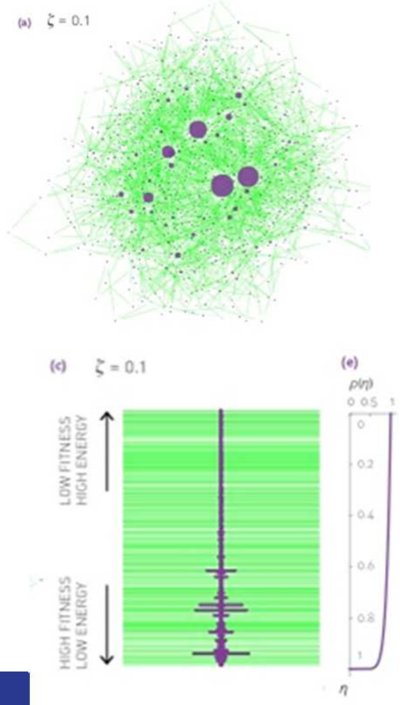
$$\boxed{n(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1}}$$

Mapping d'un gaz de Bose

Phase sans échelle

2 phases

Condensation de Bose-Einstein

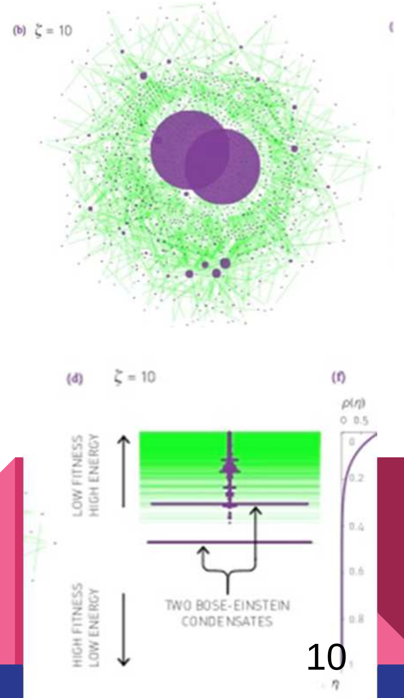


Condition

$$\int_{\eta_{\min}}^{\eta_{\max}} \frac{\eta\rho(\eta)}{1-\eta}\,d\eta < 1$$

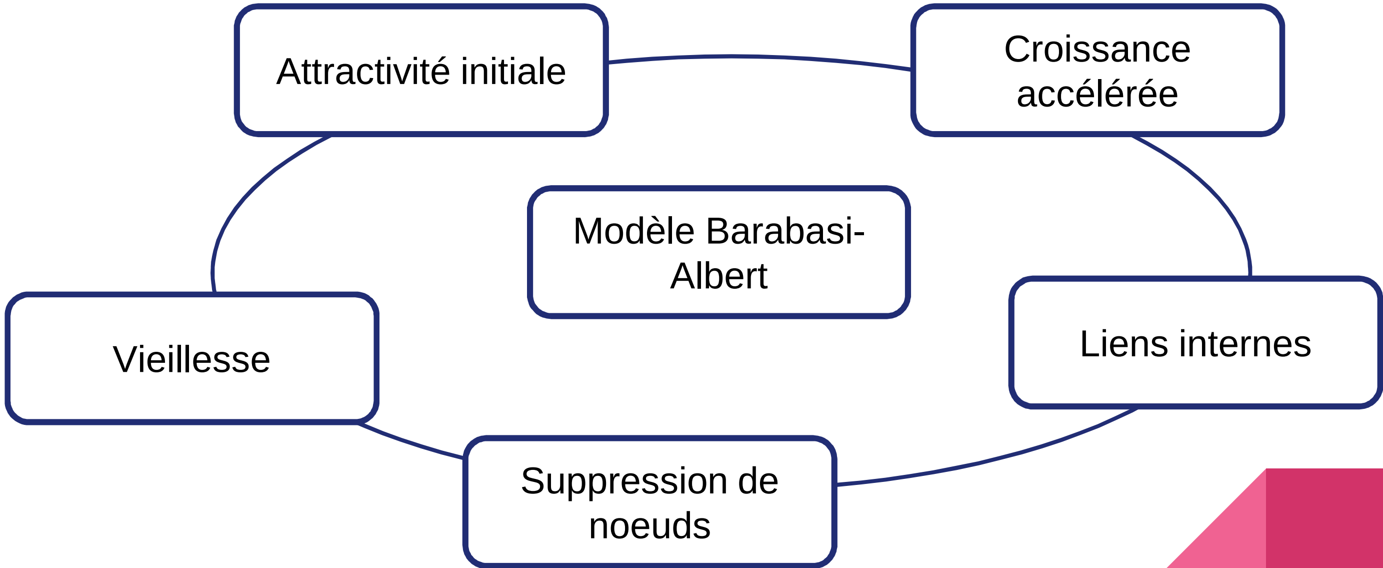
Distribution de fitness menant à un condensat de Bose-Einstein

$$\boxed{\rho(\eta) = (1-\zeta)(1-\eta)^{\zeta},}$$



Extensions du modèle

Meilleure modélisation des phénomènes réels



Attractivité initiale

Π(0) = A
Π(k) ~ A+ k

↗ exposant dynamique: **γ = 3+ A/m**
Permet liaison à l'arrivée d'un noeud
Favorise les noeuds moins attractifs

↘ influence des noeuds très attractifs

Liens internes

Π(k,k') = (A+ Bk)(A+ Bk')

Double attache possible (A=0)
γ = 2+ m/(m+ 2n)

↘ influence fitness
↗ l'hétérogénéité du réseau

Attache aléatoire (B=0)
γ = 3+ 2n/m

↗ influence fitness
↘ l'homogénéité

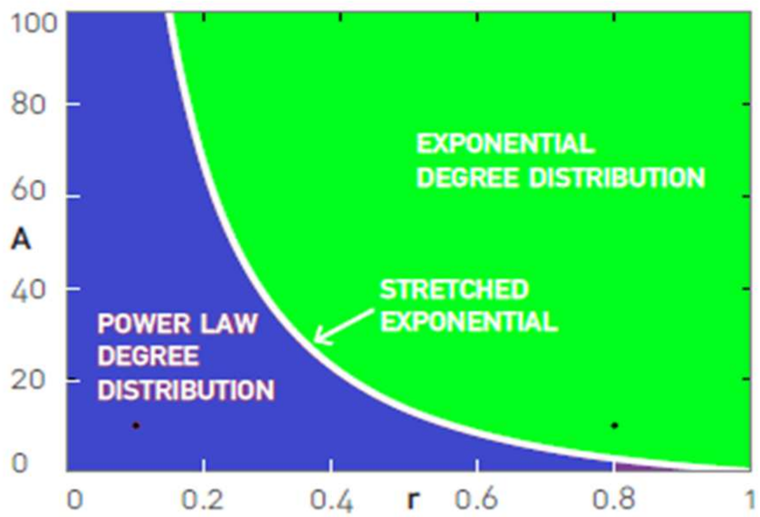
Suppression de noeuds

Exposant dynamique : **γ = 3+2r/(1− r)**

Phase "scale-free" → suit loi de Puissance

Phase exponentielle → suit loi Exponentielle

Phase déclinante



Le nombre de liens ne varie pas linéairement

Croissance accélérée

$m(t) = m0 * t^\theta$

si $\theta = 0$ → les noeuds ont le même nombre de liens
si $\theta > 0$ → suit croissance accélérée

Vieillesse

$\prod(k) \sim (t - tk)^{(-v)}$

- Capacité réduite
- Temps de vie des noeuds
- Affaiblissement des noeuds progressivement (nombres articles d'un scientifique, ceux qui ont tourné avec un acteur)

$v < 0$: Attraction des noeuds plus anciens
$v > 0$: Attraction des noeuds plus récents
$v > 1$: dépend de la taille (not scale-free property)

Conclusion

Modélisation de l'évolution des réseaux :

→ Modèle Bianconi-Barabasi (Fitness)

→ Ajout de critères

Prochaine étape : corrélation des noeuds ?

Merci de votre attention